

Изучение электромагнетизма всегда начинается с электростатики. Что это такое? Электростатика – это когда у нас нет токов – иначе говоря, все заряды покоятся.

Поставим простейшую задачу электростатики: зная пространственное распределение зарядов $\rho(\mathbf{r}_1)$, найти потенциал в произвольной точке. Эта задача решается очень просто. Найдём вклад от заряда, расположенного в объёме пространства dV в радиус-векторе \mathbf{r}_1 . Заряд там $dq = \rho * dV$, зная школьную формулу для потенциала $d\varphi = C * dq / r$ (значения C приведены в таблице)

СИ	СГС с рационализацией Хевисайда	СГС
$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$	$\frac{1}{4\pi}$	1

Про эти системы единиц мы поговорим чуть позже, спустя полторы страницы.

По принципу суперпозиции запишем вклад в потенциал в точке \mathbf{r} от заряда, расположенного в точке \mathbf{r}_1 :

$$d\varphi = C \frac{dq}{|\vec{r}_1 - \vec{r}|} = C \frac{\rho(\vec{r}_1)dV}{|\vec{r}_1 - \vec{r}|}$$

А суммарный потенциал в \mathbf{r} будет равен интегралу от вкладов во всём пространстве

$$\varphi(\vec{r}) = \iiint_{\text{по } R^3} d\varphi$$

Подставим $d\varphi$:

$$\varphi(\vec{r}) = \iiint_{\text{по } R^3} d\varphi = C \iiint_{\text{по } R^3} \frac{\rho(\vec{r}_1)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}|} dV(\vec{r}_1)$$

Получили конечный ответ.

Мы только что получили точное решение простейшей задачи электростатики.

Это всё прекрасно, вот только на лекциях рассказывается ещё уравнение Пуассона:

уравнение Пуассона	$\Delta\varphi(\vec{r}) = C_1\rho(\vec{r})$
--------------------	---

Значения C_1 приведены в таблице:

СИ	СГС с рационализацией Хевисайда	СГС
$\frac{1}{\epsilon_0}$	1	4π

Его частный случай – уравнение Лапласа, если в данной точке \vec{r} объёмная плотность равна 0:

уравнение Лапласа	$\Delta\varphi(\vec{r}) = 0$
-------------------	------------------------------



Вопрос: ? Зачем нам они, если у нас уже есть

$$\varphi(\vec{r}) = \iiint_{\text{по } R^3} d\varphi = C \iiint_{\text{по } R^3} \frac{\rho(\vec{r}_1)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}|} dV(\vec{r}_1)$$

Как там в том меме?

МАМ, МОЖНО ?

МАМА: У НАС ЕСТЬ ДОМА

Ответ: уравнение Пуассона $\Delta\varphi(\vec{r}) = C_1\rho(\vec{r})$ - более общий случай. Формула

$$\varphi(\vec{r}) = \iiint_{\text{по } R^3} d\varphi = C \iiint_{\text{по } R^3} \frac{\rho(\vec{r}_1)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}|} dV(\vec{r}_1)$$

канает лишь в случае, если у нас нет диэлектриков, проводников и т.д. и т.п. Как только у нас появляется проводник или диэлектрик – нужно решать уравнение Пуассона. Или не нужно?

Вообще уравнение Лапласа (как и Пуассона) вас научат решать в 5-м семестре на ММФ, а применять – в 6-м семестре на электроде.

Но есть 100500 способ решение угадать – метод изображения, теорема Остроградского-Гаусса и т.п. Общефиз будет вам давать 100500 задач на эту тему. Увы, это всё угадайка в духе школьных олимпиадных задач, где часто нужно было найти неочевидную штуку, приводящую к ответу.

Теперь давайте поговорим про системы единиц. Итак, что же такое СГС?

Вместо метра там главный сантиметр, вместо килограмма – грамм. Почему СГС называется СГС – Сантиметр-Грамм-Секунда.

Я не знаю, в чём смысл этих изменений! Шило на мыло.

Ну и вместо силы будет дина, а вместо джоуля – эрг. 1 Джоуль – это аж 10^7 эрг. В частности, постоянная Планка, выраженная через эрги:

$6,626 \cdot 10^{-27}$ (неприведённая) или $1,054 \cdot 10^{-27}$ (приведённая) эрг*с. А в СИ это коэф* 10^{-34} Дж*с. Видите эту разницу на семь порядков?

Но приколы СГС не в бесполезных изменениях метра на сантиметр и килограмма на грамм, а в электродинамике.

Работать с E, D, B и H в СИ очень неудобно. Общефиз читает элмаг в СИ, вы ни хрена не понимаете, разумеется. На электроде всё гораздо понятней, потому что там будет СГС. Вы к ней быстро привыкнете и будете вспоминать СИ как страшный сон.

Собственно, чем была вызвана реформа? У нас есть фундаментальные константы ϵ_0 , μ_0 , c , связанные соотношением $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$. Хочется одну из них выкинуть. c выкидывать не хочется, сами понимаете, скорость э/м волны в вакууме много где фигурирует, а в СТО (а далее во всей теорфизике) это вообще пуп Вселенной. Некоторые выкидывают μ_0 (например, Фейнман в его лекциях), но это на самом деле плохо: теряется симметрия электричества и магнетизма. Плюс всегда бесило тот факт, что E и D , B и H попарно имеют разные размерности. В СТО выяснится, что они вообще являются компонентами одного тензора, поэтому нужна одинаковая размерность – там это вообще не желание, а требование. Да даже без СТО очень хочется, чтобы E, D, B, H, P, M имели одинаковые размерности

Что мы делаем в СГС? Мы меняем закон Кулона. По определению 1 единица заряда – это такое кол-во заряда, что два заряда с одной единицей заряда, разнесённые на 1 см, имеют потенциальную энергию 1 эрг (и притягиваются с силой 1 дина).

Итак, теперь

$$F = \frac{q_1 q_2}{r_{12}}, U = \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

А то Кулон в своё время решил выбрать 1 Кулон от балды. Из-за этого у нас в его законе вылезает константа $9 \cdot 10^9$ чего-то там.

Если формулы механики в СГС и СИ имеют один и тот же вид, то формулы электродинамики в СГС и СИ – нет!

А есть ещё и третья система – СГС с рационализацией Хевисайда. Как несложно понять, она была придумана Хевисайдом на основе СГС и она на самом деле ещё ближе к СИ, чем сама СГС.

Если идти к ней из СИ, можно сказать, что ϵ_0 становится 1. Т.е. закон Кулона в СГС с рационализацией Хевисайда запишется

$$F = \frac{1}{4\pi} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}, U = \frac{1}{4\pi} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

В этой системе 1 единица заряда по определению – такая величина заряда, что два заряда с одной единицей заряда, разнесённые на 1 см, имеют потенциальную энергию $\frac{1}{4\pi}$ эрг (и притягиваются с силой $\frac{1}{4\pi}$ дина).

За то, что мы терпим $\frac{1}{4\pi}$ в Кулоне, он пропадает в Максвелле. Сравните:

	СИ	СГС с рационализацией Хевисайда	Классическая СГС
Одно из уравнений Максвелла – закон Остроградского-Гаусса	$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$	$\operatorname{div} \vec{E} = \rho$	$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi\rho$
Закон Кулона	$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$	$F = \frac{1}{4\pi} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$	$F = \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$

Какая из систем идеальна? Явно не СИ, это пережиток прошлого (увы, сейчас на вряд ли возможно, как в конце 18-го века, совершить революцию в метрологии). СГС с рационализацией Хевисайда хороша и ближе к СИ, переучиваться проще, но она крайне малоизвестна (её на ФФ использует только Никитин в курсе квантовой электродинамики). Получается, остаётся СГС. На Физтехе её и применяют с 1 курса, на ФФ же общесос читает в говносистеме под названием СИ.

Поэтому я принял решение в своих методичках по элмагу писать вместо констант С, не заостряя на них внимание.